

Jeden za osmnáct a druhý bez dvou za dvacet
aneb
Záporné cifry v zápisu čísel

L'ubomíra Dvořáková

lubomira.dvorakova@fjfi.cvut.cz

Abstrakt: Valná většina z nás zapisuje přirozená čísla v desítkové soustavě s ciframi od 0 do 9. Pro počítače je z technických důvodů výhodné reprezentovat čísla v binární soustavě s ciframi 0 a 1. Ač jsou tyto dva způsoby nejrozšířenější, nejsou jediné možné a v četných úlohách nejsou ani nejvýhodnější. Podíváme se, co se stane, když v zápisech čísel připustíme i záporné cifry.

Výhod záporných cifer zejména při násobení si všiml A. L. Cauchy. Uvažujeme-li v desítkové soustavě cifry z $\{-4, -3, \dots, 4, 5\}$, pak při násobení vystačíme s malou násobilkou do 5×5 . Počítání v redundantní binární soustavě s ciframi $-1, 0$ a 1 zrychluje násobení až o třetinu času. Také balancovaná ternární soustava s ciframi $-1, 0$ a 1 má své kouzlo. Představte si, že máme bankovky v hodnotách mocnin tří, tj. $1, 3, 9, 27, 81, \dots$, a že máme v peněžence od každé bankovky jeden kus. Kdybychom pozvali instalatéra a on si řekl za opravu topení o jakoukoliv částku, byli bychom mu schopni zaplatit za předpokladu, že i on by měl od každé bankovky jeden kus. Matematická formulace této úlohy zní: Ukažte, že každé přirozené číslo lze reprezentovat v balancované ternární soustavě.

Kromě násobení je nespornou výhodou soustav se zápornými ciframi také možnost paralelního sčítání. Při klasickém sčítání se objevuje přenos, který znemožňuje provádět sčítání na každé pozici nezávisle na předchozích. Vysvětlíme si algoritmus paralelního sčítání, který roku 1961 vymyslel litevský matematik A. Avizienis.

Na závěr porovnáme výhody a nevýhody záporných cifer a řekneme si, kde se v dnešní době v praxi záporné cifry využívají, a odhadneme, jaká je čeká budoucnost.