

Substituce a Rauzyho dlaždice

Petr Ambrož

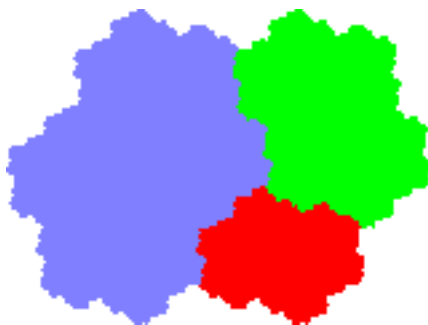
Katedra matematiky, FJFI, ČVUT v Praze

`petr.ambroz@fjfi.cvut.cz`

Jedním se základních pojmů kombinatoriky na slovech je substituce – soubor prepisovacích pravidel (nad nějakou konečnou množinou symbolů) pomocí nichž vytváříme objekty, které kombinatorika na slovech zkoumá – tzv. nekonečná slova. Například začneme-li od symbolu A , získáme¹ opakovaným používáním pravidel: $A \mapsto AB$, $B \mapsto AC$, $C \mapsto A$ tak zvané Tribonacciho slovo.

$$A \mapsto AB \mapsto ABAC \mapsto ABACABA \mapsto ABACABAABACAB \mapsto \dots$$

Ke každé substituci, která splňuje několik známých podmínek, lze jednoznačně zkonstruovat jistou soběpodobnou množinu v rovině, tzv. Rauzyho dlaždici. Tento objekt je na jedné straně matematicky zajímavý sám o sobě, na straně druhé nám může říct něco o vlastnostech nekonečného slova (potažmo substituce), ke kterému patří. Rauzyho dlaždice náležící výše zmíněnému Tribonacciho slovu je na následujícím obrázku.



Cílem práce bude

- seznámit se s teoretickými základy (některé pojmy z kombinatoriky na slovech a lineární algebry)
- seznámit se s definicí a způsobem konstrukce Rauzyho dlaždic
- vytvořit program pro vykreslování Rauzyho dlaždic

¹Zde trochu podvádíme: Tribonacciho slovo je nekonečné. Abychom jej získali „celé“, musíme používání pravidel opakovat nekonečně-krát a tento fakt nám zcela jistě zabrání v tom, abychom slovo skutečně získali. Na druhou stranu je ovšem pravda, že vlastnosti celého slova lze většinou dobře odvodit z nějaké jeho části – např. dostatečně dlouhého začátku. A ten již pomocí našich pravidel vygenerovat umíme.